Visit QB365-SLMS - https://www.qb365.in/slms/ Complete Questions and Answers

Answers Key:

III . ANSWER ANY 5 QUESTIONS.

1. கொடுக்கப்பட்ட $A = \begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{bmatrix}$

$|A| = 0 - 1\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix}$

= -1(0-1) +1(1-0) =1+1 = 2

$adjA = \begin{bmatrix} +\begin{vmatrix}0&1\\1&0\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix}1&1\\1&0\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}0&1\\1&0\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}0&1\\1&1\end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix}1&1\\0&1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}0&1\\1&1\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}0&1\\1&0\end{vmatrix} \end{bmatrix}^T$

$= \begin{bmatrix}(0-1) & -(0-1) & +(1-0)\\ -(0-1) & +(0-1) & -(0-1)\\ +(1-0) & -(0-1) & +(0-1)\end{bmatrix}^T$

$= \begin{bmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\\1&1&-1\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\\1&1&-1\end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\\1&1&-1\end{bmatrix} \ldots . (1)$

இங்கு $A^2 = \begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}0+1+1&0+0+1&0+1+0\\0+0+1&1+0+1&1+0+0\\0+1+0&1+0+0&1+1+0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix}$

$A^2 - 3I = \begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2-3&1-0&1-0\\1-0&2-3&1-0\\1-0&1-0&2-3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\\1&1&-1\end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{2}[A^2 - 3I]$

2. AB = $\begin{bmatrix}-4&4&4\\-7&1&3\\5&-3&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1&1\\1&-2&-2\\2&1&3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4+4+8&4-8+4&-4-8+12\\-7+1+6&7-2+3&-7-2+9\\5-3-2&-5+6-1&5+6-3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8&0&0\\0&8&0\\0&0&8\end{bmatrix} = 8I_3$

மற்றும் BA = $\begin{bmatrix}1&-1&1\\1&-2&-2\\2&1&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4&4&4\\-7&1&3\\5&-3&-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4+7+5&4-1-3&4-3-1\\-4+14-10&4-2+6&4-6+2\\-8-7+15&8+1-9&8+3-3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8&0&0\\0&8&0\\0&0&8\end{bmatrix} = 8I_3$

எனவே நாம் பெறுவது AB = BA = $8I_3$ அதாவது $\left(\frac{1}{8}A\right)B = B\left(\frac{1}{8}A\right) = I_3$ எனவே, $B^{-1} = \frac{1}{8}A$.

கொடுத்துள்ள நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை அணி வடிவில் எழுதக் கிடைப்பது.

$\begin{bmatrix}1&-1&1\\1&-2&-2\\2&1&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\9\\1\end{bmatrix}$ அதாவது, $B = \begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\9\\1\end{bmatrix}$

எனவே, $\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} = B^{-1}\begin{bmatrix}4\\9\\1\end{bmatrix} = \left(\frac{1}{8}A\right)\begin{bmatrix}4\\9\\1\end{bmatrix} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix}-4&4&4\\-7&1&3\\5&-3&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\9\\1\end{bmatrix} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix}-16+36+4\\-28+9+3\\20-27-1\end{bmatrix} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix}24\\-16\\-8\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3\\-2\\-1\end{bmatrix}$

எனவே தீர்வானது (x = 3, y = -2, z = -1)

3. ஒரு ஆடவர் தனியாக செய்து முடிப்பதற்கு x நாட்கள் மற்றும் மகளிர் தனியாக செய்து முடிப்பதற்கு y நாட்கள் ஆகும்.

∴ கொடுக்கப்பட்ட தரவின்படி,

$\frac{4}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{x} = s$ மற்றும் $\frac{1}{y} = t$ என பிரதியிடு

$\therefore 4s + 4t = \frac{1}{3}$ மற்றும் $2s + 5t = \frac{1}{4}$

கொடுக்கப்பட்ட தொகுப்பின் அணி வடிவம்

$\begin{bmatrix}4&4\\2&5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}s\\t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{2}{4}\end{bmatrix} \Rightarrow AX = B$

$A = \begin{bmatrix}4&4\\2&5\end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{2}{4}\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

இங்கு $|A| = \begin{vmatrix}4&4\\2&5\end{vmatrix} = 20 - 8 = 12 \neq 0$

$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|}adj \quad A = \frac{1}{12}\begin{bmatrix}5&-4\\-2&4\end{bmatrix}$

$\therefore X = A^{-1}B = \frac{1}{12}\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{12}\begin{bmatrix} \frac{5}{3} - 1 \\ \frac{-2}{3} + 1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{12}\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \times \frac{1}{12} \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{18} \\ \frac{1}{36} \end{bmatrix}$

$\therefore s = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{18} \Rightarrow x = 18$

$t = \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{36} \Rightarrow y = 36$

ஆகையால் ஓர் ஆடவர் தனியாக செய்து முடிப்பதற்கு 18 நாட்கள் மற்றும் ஒரு மகளிர் தனியாக செய்து முடிப்பதற்கு 36 நாட்கள் ஆகும்.

4. விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியை ஏறுபடிவ வடிவத்திற்கு உருமாற்றங்கள் செய்யக் கிடைப்பது,

$$\left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 6 & 25 \\ 1 & 5 & 7 & 13 \\ 2 & 9 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 4 & 3 & 6 & 25 \\ 2 & 9 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{\substack{R_2 \to R_2 - 4R_1 \\ R_3 \to R_3 - 2R_1}} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & -17 & -22 & -27 \\ 0 & -1 & -13 & -25 \end{array}\right] \xrightarrow{\substack{R_2 \to R_2 + (-1)R_3 \\ R_3 \to R_3 + (-1)}} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & 17 & 22 & 27 \\ 0 & 1 & 13 & 25 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to 17R_3 - R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 7 & 13 \\ 0 & 17 & 22 & 27 \\ 0 & 0 & 199 & 398 \end{array}\right]$$

ஏறுபடிவத்திலிருந்து கிடைக்கும் சமமான சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

x + 5y + 7z = 13, ...(1)

17y + 22z = 27, ...(2)

199z = 398 .....(3)

(3)-லிருந்து நாம் பெறுவது z = $\frac{398}{199}$ = 2

z = 2 என (2) -ல் பிரதியிடக் கிடைப்பது y = $\frac{27-22\times2}{17} = \frac{-17}{17}$ = -1

z = 2 மற்றும் y = -1 என (1)-ல் பிரதியிடக் கிடைப்பது x = 13 - 5 x (-1) -7 x 2 = 4

எனவே தீர்வானது (x = 4, y = -1, z = 2)

5. மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை 3.

தொகுப்பின் அணி வடிவம் AX = B

இங்கு A = $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 1 & 1 & -3 \\ 15 & -3 & 9 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \\ 21 \end{bmatrix}$

[A|B] என்ற விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியில் தொடக்கநிலை நிரை செயலிகள் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

$$[A|B] = \left[\begin{array}{cccc} 4 & -2 & 6 & 8 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \\ 15 & -3 & 9 & 21 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -3 & -1 \\ 4 & -2 & 6 & 8 \\ 15 & -3 & 9 & 21 \end{array}\right] \xrightarrow{\substack{R_2 \to R_2 - 4R_1 \\ R_3 \to R_3 - 15R_1}} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & -6 & 18 & 12 \\ 0 & -18 & 54 & 36 \end{array}\right] \xrightarrow{\substack{R_2 \to R_2 \div (-6) \\ R_3 \to R_3 \div (-18)}} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & - & -2 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to R_3 - R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

எனவே ρ(A) = ρ([A|B]) = 2 < 3

ஏறுபடி வடிவத்திலுள்ள அணியிலிருந்து கிடைக்கும் சமான சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

x + y - 3z = -1, y - 3z = -2, 0 = 0

இதில் கடைசி சமன்பாடு 0 = 0 வெளிப்படையானது மற்றும் பொருத்தமுடையது.

மேலும் வெளிப்படையற்ற சமன்பாடுகள் இரண்டு உள்ளன. மூன்று தொகுப்பில் மாறிகள் உள்ளன. எனவே மாறிகளில் ஒன்றை நமது விருப்பப்படி நிலை நிறுத்தி மற்ற இரு மாறிகளுக்கான இரு சமன்பாடுகளைப் பெறலாம். எனவே z-ஐ t என்ற மெய்யெண் பெறும் தன்னிச்சை மாறியாகக் கொள்வோம். எனவே நாம் பெறுவது y = 3t - 2, x = -1-(3t - 2) + 3t = 1. எனவே தீர்வானது (x = 1, y = 3t - 2, z = t) ஆகும். இங்கு t என்பது தன்னிச்சை மெய்யெண் ஆகும். மேல் உள்ள தீர்வுக் கணமானது ஒரு சாராமாறி குடும்பத் தீர்வுகள் ஆகும். எனவே கொடுத்துள்ள தொகுப்பானது ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும். இந்த எண்ணற்ற தீர்வுகள் ஒரு குடும்பத் தீர்வுகளாகும்.

6. அணிவடிவம் = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

விரிவு படுத்தப்பட்ட அணியை ஏறுபடி வடிவத்திற்கு மற்ற கிடைப்பது,

$$[A|0] = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_3} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[R_3 \to R_3 - 4R_1]{R_2 \to R_2 - 2R_1} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & \lambda & 0 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \to R_3 - R_2} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 8 & 0 \end{array}\right]$$

நிலை (i) $\lambda \neq 8$ எனில்

$$[A|0] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & \text{பூச்சியமற்ற} & 0 \end{array}\right]$$

இங்கு ρ(A) = 3, ρ([A | B]) = 3

$\therefore \rho$(A) = ρ([A | B]) = 3 = n மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடன் ஒரே ஒரு தீர்வை கொண்டிருக்கும்.

தீர்வு x = 0, y = 0, z = 0

நிலை (ii) λ = 8 எனில்

$$[A|0] = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

இங்கு ρ(A) = 2, ρ([A | B]=2

$\therefore \rho$(A) = ρ([A|0]) = 2 < 3, மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை,

$\therefore$ தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடன் வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளை உடையது.

7.

QB365 Study Material QUESTION BANK 365

கொடுக்கப்பட்ட $C_2H_6 + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2$

நாம் மிகை எண்கள் x_1, x_2, x_3 மற்றும் x_4 இவ்வாறு காண வேண்டும்.

$x_1 C_2H_6 + x_2 O_2 \rightarrow x_3 H_2O + x_4 CO_2$ ... (1)

(1) ல் இடது பக்கத்தில் உள்ள கார்பன் அணுக்களின் எண்ணிக்கை வலது பக்கத்தில் உள்ள கார்பன் அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும்.

$\therefore 2x_1 = 1x_4$

$\Rightarrow 2x_1 - x_4 = 0$ ...(2)

ஹைட்ரஜன் அணுக்களால் கிடைப்பது,

$6x_1 = 2x_3$

$\Rightarrow 6x_1 - 2x_3 = 0$

$\Rightarrow 3x_1 - x_3 = 0$ ...(3)

மேலும், ஆக்ஸிஜன் அணுக்களால் கிடைப்பது,

$2x_2 = 1x_3 + 2x_4$

$\Rightarrow 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0$ ...(3)

4 மாறிகளில் அமைந்த நேரியில் சமபடித்தான தொகுப்பு சமன்பாடுகள் (2), (3) மற்றும் (4)

$\therefore$ விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணி

$$[A|B]\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறை மூலம் கிடைப்பது,

$$\xrightarrow{R_2 \rightarrow 2R_2 - 3R_1} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

இங்கு $\rho(A) = \rho([A \mid B]) = 3 < 4$, மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை.

$\therefore$ தொகுப்பு ஒருங்கமைவுடன் ஒரு சாராமாறிக் குடும்ப தீர்வுகளை கொண்டிருக்கும், ஆகையால் $x_4 = t$ என்க.

ஏறுபடிவத்திலிருந்து சமன்பாடுகளை எழுத கிடைப்பது

$2x_1 - x_4 = 0$

$\Rightarrow 2x_1 - x_4 = 0$

$\Rightarrow 2x_1 = x_4$

$\Rightarrow 2x - t$

$\Rightarrow x_1 = \frac{t}{2}$

$4x_2 - 7x_4 = 0$

$\Rightarrow, 4x_2 = 7t \Rightarrow x_2 = \frac{7t}{4}$

$-2x_3 + 3x_4 = 0 \Rightarrow 2x_3 = 3x_4$

$\Rightarrow x_3 = \frac{3t}{2}$

x_1, x_2, x_3 மற்றும் x_4 மிகை முழுக்கள், ஆதலால், $t = 4$ என தேர்ந்தெடுக்க

$\therefore x_1 = \frac{4}{2} = 2$

$\therefore x_2 = \frac{7(4)}{4} = 7$

$\therefore x_3 = \frac{3(4)}{2} = 6$ மற்றும்

$x_4 = t = 4$

ஆகையால் சமநிலைப்படுத்தப்பட்ட சமன்பாடு

$2C_2H_6 + 7O_2 \rightarrow 6H_2O + 4CO_2$

8. $\frac{1}{x} = u, \frac{1}{y} = v, \frac{1}{z} = w$, என பிரதியிடு நமக்கு கிடைப்பது

$3u - 4v - 2w = 1,$

$u + 2v + w = 2,$

$2u = 5v - 4w = -1$

$$\therefore \Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -4 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -4 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}$$

$=3(-8+5)+4(-4-2)-2(-5-4)$

$=3(-3)+5(-6)-2(-9)$

$=-9-24+18=-15$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -5 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= 1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -4 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -5 \end{vmatrix}$$

$=1(-8+5)+4(-8+1)-2(-10+2)$

$=1(-3)+4(-7)-2(-8)$

$=-3-28+16=-15$

$$\Delta_2 \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -4 \end{vmatrix}$$

$= 3\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

=3(-8+1)-1(-4-2)-2(-1-4)

=3(-7)-1(-6)-2(-5)

=-21+6+10=-5

$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & -1 \end{vmatrix}$

$= 3\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}$

=3(-2+10)+4(-1-4)+1(-5-4)

=3(8)+4(-5)+1(-9)

=24-20-9=-5

$\therefore u = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-15}{-15} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$

$v = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3$

$w = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \Rightarrow z = 3$

∴ தீர்வு கணம் {1, 3, 3}

II . ANSWER THE ANY 5 QUESTIONS.

9. |A|=(2)(7)-(9)(1) = 14-9=5. எனவே, $A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 7 & -9 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{9}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$

எனவே, $(A^{-1})^T = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{9}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$ ... (1)

$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ எனவே $|A^T| = (2)(7)-(1)(9) = 5$

$(A^T)^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$ ... (2)

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து கிடைப்பது, $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ எனவே கொடுத்துள்ள பண்பு சரிபார்க்கப்பட்டது.

10. தொகுப்பின் அணி வடிவம் AX = B

இங்கு $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$ = 2(4+1)-3(-2-3)+3(-1+6) = 10 + 15 + 15 = 40 ≠ 0

எனவே A^{-1} காண இயலும் மற்றும்

$A^{-1} = \frac{1}{|A|}(adjA) = \frac{1}{40}\begin{bmatrix} +(4+1) & -(-2-3) & +(-1+6) \\ -(-6+3) & +(4-9) & -(-2-9) \\ +(3+6) & -(2-3) & +(-4-3) \end{bmatrix}^T = -\frac{1}{40}\begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}$

$X = A^{-1}B$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 25-12+27 \\ 25+52+3 \\ 25-44-21 \end{bmatrix} = \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 40 \\ 80 \\ -40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

எனவே தீர்வானது ($x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1$)

11. $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25-3 & 15-6 \\ -5+2 & -3+4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 22 & 9 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

$-3A = -3\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & -9 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

$-7I_2 = -7\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$

$\therefore A^2 - 3A - 7I_2$

$= \begin{bmatrix} 22 & 9 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - 7\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 22-15-7 & 9-9+0 \\ -3+3+0 & 1+6-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = O_2$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$\therefore A^2 - 3A - 7I_2 = 0$

பின்புறமாக A^{-1} ஆல் பெருக்க கிடைப்பது,

$A^2.A^{-1} - 3AA^{-1} - 7I_2A^{-1} = 0.A^{-1}$

$\Rightarrow A(AA^{-1}) - 3(AA^{-1}) - 7(A^{-1}) = 0$

[$\because I_2A^{-1} = A^{-1}$ மற்றும் $|(0)A^{-1} = 0$]

$\Rightarrow AI - 3I - 7A^{-1} = 0$ [$\because AA^{-1} = I$]

$\Rightarrow AI - 3I = 7A^{-1}$

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7}[A - 3I]$ [$\because AI = A$]

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7} = \left[\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right]$

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 5-3 & 3-0 \\ -1-0 & -2-3 \end{bmatrix} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$

QB 365 Study Material
QUESTION BANK 365

12. இங்கு மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை 3

தொகுப்பின் அணி வடிவம் AX = B, இங்கு A = $\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\3&5&7\end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$

[A|B] என்ற விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியில் தொடக்கநிலை நிரைச் செயலிகள் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது,

[A|B] = $\begin{bmatrix}1&1&1&a\\1&2&3&b\\3&5&7&c\end{bmatrix} \xrightarrow{R_2\to R_2-R_1 R_3\to R_3-3R_1} \begin{bmatrix}1&1&1&a\\0&1&2&b-a\\0&2&4&c-3a\end{bmatrix} \xrightarrow{R_3\to R_3-2R_2} \begin{bmatrix}1&1&1&a\\0&1&2&b-a\\0&0&0&(c-3a)-2(b-a)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&1&1&a\\0&1&2&b-a\\0&0&0&(c-2b-a)\end{bmatrix}$

தொகுப்பின் தீர்வுகள் ஒரு சாராமாறிக் குடும்பமாக இருக்க வேண்டுமாயின், ρ(A) = ρ[(A,B]) = 2. எனவே ஏறுபடி வடிவத்திலுள்ள மூன்றாவது நிரையானது பூச்சிய நிரையாக இருக்க வேண்டும்.

எனவே, c-2b-a = 0 ⇒ c = a +2b

13. A= $\begin{bmatrix}1&-1&0\\1&0&-1\\6&-2&-3\end{bmatrix}$ என்க

காஸ்-ஜோர்டன் முறையை பயன்படுத்த கிடைப்பது.

$[A|I_3] = \begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\1&0&-1&0&1&0\\6&-2&-3&0&0&1\end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_2\to R_2-R_1} \begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&-1&-1&1&0\\6&-2&-3&0&0&1\end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_3\to R_3-6R_1} \begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&1&-3&-6&0&1\end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_3\to R_3-4R_2} \begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&0&1&-2&-4&1\end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_1\to R_1+R_2} \begin{bmatrix}1&0&-1&0&1&0\\0&1&-1&-1&1&1\\0&0&1&-2&-4&1\end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_1\to R_1+R_3} \begin{bmatrix}1&0&0&-2&-4&1\\0&1&-1&-1&-3&1\\0&0&1&-2&1&1\end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_2\to R_2+R_3} \begin{bmatrix}1&0&0&-2&-3&1\\0&1&0&-3&-3&1\\0&0&1&-2&-4&1\end{bmatrix}$

ஆகையால், $A^{-1}\begin{bmatrix}-2&-3&1\\-3&-3&1\\-2&-4&1\end{bmatrix}$ என அறிவோம்.

QB 365 Study Material
QUESTION BANK 365

14. $\frac{1}{x}$ = z

3z+2y=12, 2z+3z=13

$\therefore \Delta = \begin{vmatrix}3&2\\2&3\end{vmatrix} = 9-4=5$

$\Delta_1 = \begin{vmatrix}12&2\\13&3\end{vmatrix} = 36-26=10$

$\Delta_2 = \begin{vmatrix}3&12\\2&13\end{vmatrix} = 39-24=15$

$\therefore z = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{15}{5} = 3$

∴ தீர்வுக் கணம் {$\frac{1}{2}$,3}

15. $A = \begin{bmatrix}1&3\\2&-5\end{bmatrix}$

$|A| = \begin{bmatrix}1&3\\2&-5\end{bmatrix} = -5-6 = -11 \neq 0$

$|A|I = -11\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-11&0\\0&-11\end{bmatrix}$

$adjA = \begin{bmatrix}-5&-3\\-2&1\end{bmatrix}$

$A(adjA) = \begin{bmatrix}1&3\\2&-5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-5&-3\\-2&1\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-5-6&-3+3\\-10+10&-6-5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-11&0\\0&-11\end{bmatrix} = |A|I$

$(adjA)A = \begin{bmatrix}-5&-3\\-2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&3\\2&-5\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-5-6&-15+15\\-2+2&-6-5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-11&0\\0&-11\end{bmatrix} = |A|$

(1),(2) மற்றும் (3) லிருந்து

$A(adjA) = (adjA) = |A|I$

I. ANSWER THE ANY 5 QUESTIONS.

16. A = $\begin{bmatrix}cos\theta&-sin\theta\\sin\theta&cos\theta\end{bmatrix}$ பின்பு, $A^T = \begin{bmatrix}cos\theta&-sin\theta\\sin\theta&cos\theta\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}cos\theta&sin\theta\\-sin\theta&cos\theta\end{bmatrix}$

எனவே

$AA^T = \begin{bmatrix}cos\theta&-sin\theta\\sin\theta&cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}cos\theta&sin\theta\\-sin\theta&cos\theta\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} cos^2\theta + sin^2\theta & cos\theta sin\theta - sin\theta cos\theta \\ sin\theta cos\theta - cos\theta sin\theta & sin^2\theta + cos^2\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$

இதேபோல் $A^TA = I_2$. எனவே $AA^T = A^TA = I_2 \Rightarrow A$ ஆனது செங்குத்து அணியாகும்.

17. தொகுப்பின் அணி வடிவம் AX = B, இங்கு $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ = 10-6 = $4 \neq 0$. எனவே A^{-1} காண இயலும். மற்றும் $A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

$X = A^{-1}B$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 6-10 \\ -9+25 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -4 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{4} \\ \frac{16}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

எனவே தீர்வானது (x = -1, y = 4)

18. $adj \quad (A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \pm\frac{1}{\sqrt{|adjA|}}(adj\ A)$ என அறிவோம். ...(1)

|adj A| = 0 + 2(36 - 18) + 0 = 2(18) = 36

$|adj\ A| = 0 + 2\begin{vmatrix} 6 & -6 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} + 0$

[R_1 மூலம் விரிவுபடுத்தப்பட்டது]

$\therefore A^{-1} = \pm\frac{1}{\sqrt{36}}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

$\pm\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

19. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ என்க. தொடக்க நிலை நிரை செயலிகள் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

$A \overset{R_2 \to R_2 - 2R_1, R_3 \to R_3 - 3R_1}{\longrightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & -6 & -4 \end{bmatrix} \overset{R_3 \to R_3 - 2R_2}{\longrightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

கடைசி சமான அணி ஏறுபடி வடிவத்தில் உள்ளது மற்றும் இரண்டு அபூச்சிய நிரைகளைப் பெற்றுள்ளது. எனவே $\rho(A) = 2$

20. 2x - y = 8, 3x + 2y = -2

தொகையின் அணி வடிவம்

$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow$ AX=B இங்கு A= $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow X = A^{-1}B.$

இப்பொழுது $|A| = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = 4 + 3 = 7$

$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|}adj \quad A$

$= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$\therefore X = A^{-1}B = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 16 & -2 \\ -24 & -4 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 14 \\ -28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{14}{7} \\ \frac{-28}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$

$\therefore x = 2, \quad y = -4$

எனவே, தீர்வுக் கணம்{2,-4}

21. விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணி

$[A|B]\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 15 & 13 \end{bmatrix} \overset{R_2 \to R_2 - 3R_1}{\longrightarrow} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$

இங்கு ρ(A)=2 மற்றும் ρ([A|B])=3

∴ ρ(a) ≠ρ([A|B])

எனவே தொகுப்பு ஒருங்கிமைவற்றது.

22. $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 4 & -6 \end{vmatrix} = 0$

$\Delta = 0$ எனும்போது, $\frac{\Delta_x}{\Delta}$ என்பது வரையறுக்கப்பட்டதாகிறது.

எனவே, சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமைவற்றது.

QB365 Study Material
QUESTION BANK 365